



TITLE:

溝乱流における外層の乱れの巨視的構造に関するモデルシミュレーション (乱れの発生,維持機構および統計法則の数理)

AUTHOR(S):

奥田, 貢; 辻本, 公一; 三宅, 裕

---

CITATION:

奥田, 貢 ...[et al]. 溝乱流における外層の乱れの巨視的構造に関するモデルシミュレーション (乱れの発生,維持機構および統計法則の数理). 数理解析研究所講究録 2002, 1285: 92-99

ISSUE DATE:

2002-09

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/42433>

RIGHT:

# 溝乱流における外層の乱れの巨視的構造に関するモデルシミュレーション

大阪大学大学院工学研究科 機械物理工学専攻 奥田 貢 (Mitsugu Okuda)  
 辻本 公一 (Koichi Tsujimoto)  
 三宅 裕 (Yutaka Miyake)  
 Department of Mechanophysics, Graduate School of Osaka University

## 1 概要

乱流摩擦抵抗削減のため、MEMS の実現を想定した微小デバイスによる壁近傍場の能動制御に注目が集まっている。一方、高分子剤を添加した場合に起こるトムス効果 [1] は、高い抵抗削減率を示すが、この要因は壁から離れた場所でも乱れの抑制効果が得られるため、壁近傍場に加えて、遠方場の制御も同時に必要であることを示唆している。壁近傍場ではとり得る乱流構造のスケールが壁垂直方向に制約されるため、縦渦に代表される微細渦構造に注目し、制御すればよい。しかし、遠方場は等価的レイノルズ数が増大し、Kolmogorov スケールで正規化される微細要素渦 [2] から流れ場の巨視的スケールで定義される大規模組織構造まで様々なスケールの構造が共存するため、制御すべき特定の構造が明確でなく、より詳細な乱流構造の理解が必要である。

境界層厚さのスケールを持つパルジ構造や、Couette 流の溝全幅にわたる主流方向を向いたロール状の大規模渦 [3]、また、回転乱流場 [4] での回転軸に沿う大規模渦のように同じ幾何学形状を持つ流れ場でも設定される境界条件によって大規模構造の示す形態は様々である。最近では Adrian ら [5] らがモデルシミュレーションや LDV による実験結果を総括し、一連のヘアピン渦が時間的にほぼ一定間隔で成長し、壁遠方場は流れ方向に並ぶ一連のヘアピン渦で特徴付けられるパケット構造を提唱している。要素構造としてヘアピン渦を想定しているが、これらを組み合わせ、前述のごとく境界条件に左右される巨視的性質を説明することには自ずと限界があり、普遍的な小スケール構造と流れの形態により決まる大規模構造を区別して考察すべきであろう。

筆者らの解析結果から、a) 溝乱流の場合、粗面壁 [6] や抵抗削減が起こる振動壁の場合 [7] など、壁条件が変更されても乱れエネルギーや乱流せん断応力分布が溝半幅で整理されること、b) 壁近傍も含め場全体に存在する微細要素渦は偏在し、渦群を形成するが、群化には微細渦とは異なる大スケール流れが存在することが示めされた。また、最近、岩本ら [8] は POD 法を用いて抽出される乱れエネルギーへの貢献度が高いモードは、壁近傍のストリークとは異なる主流方向に軸を持つ溝幅スケールの大規模回転流れの存在を示した。

したがって、通常の溝乱流場について現状で推定し得るこの溝幅スケールの回転流れを変調すれば、著しく異なる巨視的性質を持つ流れ場どうしを比較することと比べ、大規模構造の果たす役割や微細渦構造との関係について本質的な理解できるものと考ええる。本論文ではこの溝幅スケールの回転流れの形成を阻害するため、スパン方向の計算領域を狭くした 2 種類の DNS (Direct Numerical Simulation) を行い、流れ場の平均特性と大規模構造の役割について調べた結果を報告する。

## 2 数値計算法

幅  $2H$ 、主流方向長さ  $L_x$ 、スパン方向の長さ  $L_z$  の直方体計算領域を考える。座標系は主流方向に  $x$ 、壁垂直方向に  $y$ 、スパン方向に  $z$  をとり、それぞれの向きの速度成分を  $u, v, w$  とする。主流、スパン方向には周期条件を課し、空間の離散化はスペクトル法により行った。計算コードの詳細は文献 [9] に記載してある。時間平均量にバー (—) を付し、変動成分にプライム (') を付して表す。速度、圧力は平均壁面摩擦速度  $\bar{u}_\tau$  と密度  $\rho$  を用いて無次元化する。また  $\bar{u}_\tau$  ならびに動粘性係数

Table 1. Calculation condition of data bases

	Volume( $L_x, L_y, L_z$ )	Grid( $N_x, N_y, N_z$ )
normal	$4\pi H \times 2H \times \pi H$	$256 \times 257 \times 256$
case 1	$4\pi H \times 2H \times \pi H/6$	$256 \times 257 \times 64$
case 2	$4\pi H \times 2H \times \pi H/10$	$256 \times 257 \times 64$

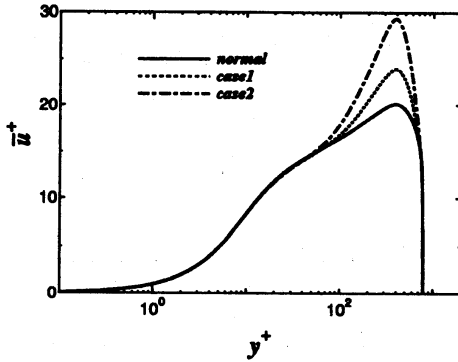
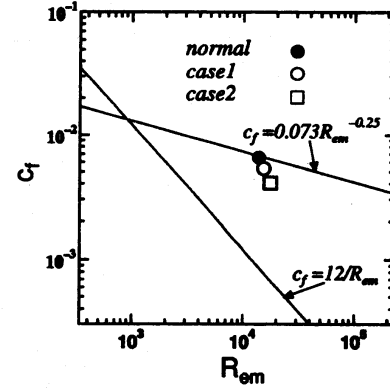
Figure 1: Variation of distribution of mean velocity  $\bar{u}^+$  depending on spanwise width of a channel

Figure 2: Reduction of friction coefficient by narrowing spanwise width

$\nu$  で無次元化した物理量に (+) を付す。本計算では流量を一定に保つのでなく、圧力勾配を常に一定に保ち、スパン方向の計算領域を変更した 2 種類 (case1,2) について検討した。cas1,case2 それぞれの場合で、溝半幅スケールの主流方向に軸を持つ回転流れを発生させないため、スパン方向の計算領域 ( $L_z$ ) をそれぞれ  $\pi/6 \times H$  (case1)、 $\pi/10 \times H$  (case2) とした。特に case2 では minimal flow unit の結果 [10] から、壁近傍の乱れが自立できる最小幅となるように  $L_z^+ = 124$  と設定した。計算領域、格子数を表 1 に示す。全ての場合でレイノルズ数 ( $Re_\tau = \bar{u}_\tau H/\nu$ ) は 395 とした。

### 3 計算結果

#### 3.1 平均特性

各場合における平均速度分布を図 1 に示す。通常の場合 (実線) と比べ、壁指標で case1 (点線) では  $y^+ \approx 100$ 、case2 (一点鎖線) で  $y^+ \approx 50$  (実線) までは壁法則が成立する。また、壁法則が成立する位置でとり得る回転流れの最大径は概ね設定した計算領域のスパン方向幅程度である。したがって、混合距離の概念は変調された流れ場を説明することにも妥当で、壁からの距離に応じてその場で許し得る最大スケールの渦が支配的であることを示している。このとき、巨視的レイノルズ  $Re_m(2U_m H/\nu; U_m$  平均速度) はそれぞれ 13800 (通常)、15300 (case1)、17500 (case2) で、壁面摩擦抵抗係数  $c_f (= 2\bar{u}_\tau^2/\bar{U}_m^2)$  とレイノルズ数の関係は図 2 になる。図中で  $c_f = 0.073Re_m^{-0.25}$  の直線は平滑面の溝乱流の場合、 $c_f = 12/Re_m$  のそれは層流の場合である。平均速度分布の増加に対応し、低減率  $R_t = (c_{fn} - c_f)/c_{fn} \times 100(\%)$ ,  $c_{fn}$ ; 通常の場合 (●) の溝乱流の壁面摩擦抵抗係数) はそれぞれ 19% (case1), 38% (case2) で、大規模構造の変調の結果、壁近傍を制御した場合と同程度の高い低減率 [7] が得られている。

このときのせん断応力の分布状態を調べると図 3 になる。case1, case2 とともに壁から離れた場所で分子粘性によるせん断応力が増加するため、乱流せん断応力は低下するが、流路中央部まで、強い値を維持する。また、溝幅スケールで乱流せん断応力が分布する様子に変化はない。これは後述のように性質の異なる大規模構造が新たに形成されていることによるもので、このような分布

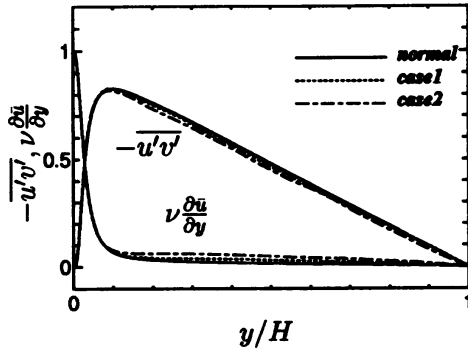


Figure 3: Shear stress across a channel for the case of narrow-span channel.

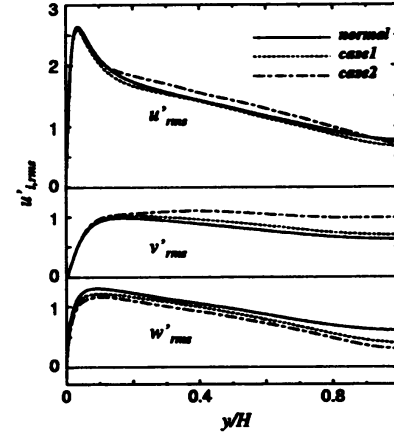


Figure 4: Distribution of turbulence intensity for the case of narrow-span channel

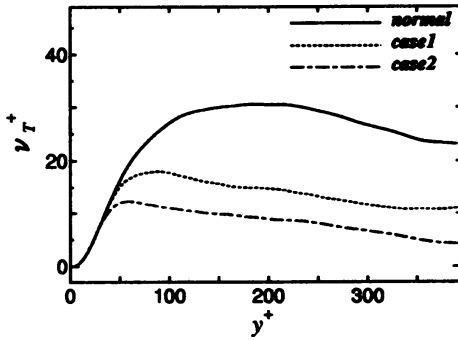


Figure 5: Distribution of turbulent eddy viscosity.  $\nu_T^+ = \nu_T/\nu$

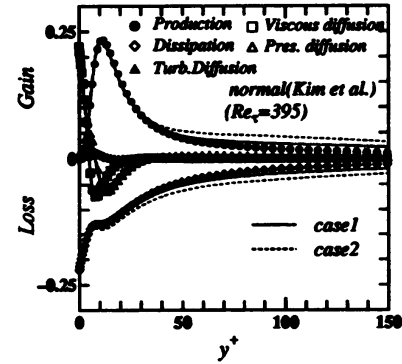


Figure 6: Budget of kinetic energy of fluctuating velocity. Symbols, normal channel[12]; solid lines, case1; dotted lines, case2

特性には大規模構造の形成が必須である。

乱流強度の分布は図4になる。 $v'^+_{rms}$ の増加、及び $w'^+_{rms}$ が低下することから、大規模構造が主流方向からスパン方向に軸を持つ回転流れがより強くなったことを示している。壁条件を変更した場合や、レイノルズ数の異なる溝乱流の場合でも、壁面摩擦速度と溝半幅で整理すると、壁遠方場の乱流強度は同じ分布を示す。しかしながら、大規模構造が変調を受けると、遠方場の特性は大きく変化し、このスケールリングが成立しなくなる。

渦粘性係数  $\nu_T^+ = -\overline{u'v'}/(\nu d\bar{u}/dy)$  は図5になる。壁から離れた場所の  $\nu_T^+$  の減少は平均速度分布の増加に妥当な説明を与えるが、先述の乱れ強度の分布とは整合しない。 $\nu_T^+$  は式変形すると  $\nu_T^+ = P_k/\epsilon_m$  ( $P_k = -\overline{u'v'}(d\bar{u}/dy)$ : 乱流生成,  $\epsilon_m = \nu(d\bar{u}/dy)^2$ : 平均流による消散) となり、平均流による消散に対する乱流生成の比になる。最大スケールの渦が最も効率よく平均流からエネルギーを得る渦であるとする [11]、この比の低下は乱れへのエネルギー供給効率の悪い大規模構造に変化したものと解釈される。一方、乱れ強度が通常の場合と比べ大きく低下していないのは inactive な乱れが増大したためで、乱流強度の強弱が平均速度分布の増減と対応しなくなるのはこれらの理由による。

壁近傍での乱れエネルギー収支の分布は図6になる。図中の記号は Kim ら [12] の結果 ( $Re_\tau = 395$ ) を示す。乱れエネルギー生成の強い領域での分布は通常の場合と変わらない。Jiménez ら [10] は壁からある高さ以上の乱れを全て人工的に消して、壁近傍の自立性を調べ、筆者らも層間の干渉を

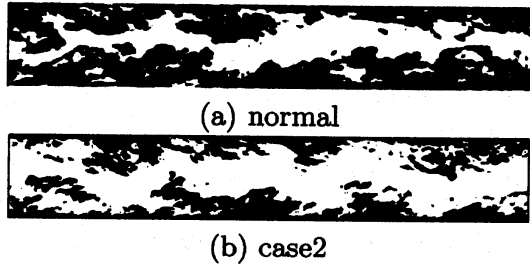


Figure 7: Side view of iso-contour surfaces of fluctuating streamwise velocity ( $u'^+ < -1$ )

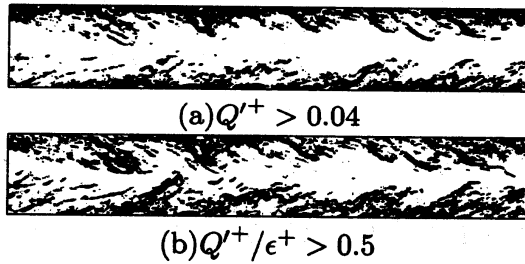


Figure 9: Side view of iso-contour surfaces of minute coherent vortices (a)  $Q'^+ > 0.04$ , (b)  $Q'^+/\epsilon^+ > 0.5$  (case2)

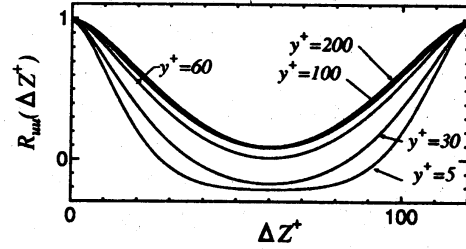


Figure 8: Spanwise correlation of fluctuating streamwise velocity  $R_{uu}(\Delta Z^+)$  for case2

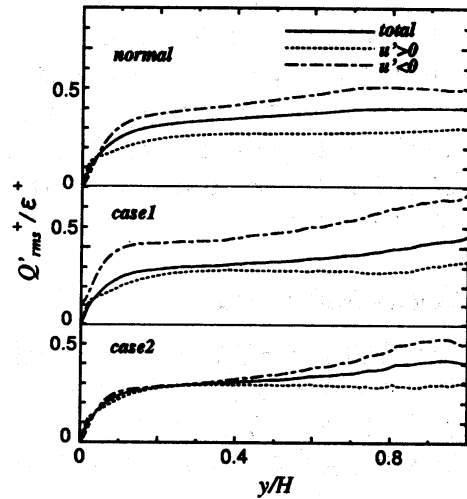


Figure 10: Distribution of second invariance of velocity gradient tensor  $Q'$  scaled by dissipation  $\epsilon$  in high and low speed flow region respectively.

遮断する数値実験を行い、壁近傍は自立的に乱れが維持される結果 [13] を得たが、手段の違う本計算の場合も壁近傍の普遍的な性質が見出される。

通常の計算領域のもとで壁条件を変化させた場合 [6, 7]、壁遠方場では乱流強度や渦度強度の分布が溝半幅と壁面摩擦速度でスケージングされ、遠方場は自己保存的であるが、遠方場が変調されても近傍場は比較的影響を受けないことから、改めて遠方場と壁近傍場はそれぞれ独自に場を形成することが確認できる。このことはまた、壁近傍のみを操作しても大規模構造は大きく変調されないことも示唆している。

### 3.2 乱流構造の特性

組織構造の様子について調べた結果を以下に示す。

図 7 は瞬時の低速領域の等値面について、スパン方向から流路全幅を観察した図で、上図が通常の場合、下図に case2 の場合を示す。通常の場合、主流方向と流路中央部まで広がった大規模な低速ストリーク構造の様子を示す [7] が、case2 の場合、ストリーク構造よりはむしろ主流方向に間欠的な低速流体塊として分布する。

case2 の場合の  $u'^+$  のスパン方向相関係数  $R_{uu}(\Delta z) = \overline{u'(z)u'(z + \Delta z)}/u'^2_{rms}$  の分布は図 8 に

なる。壁近傍に変動速度  $u'$  の正負がスパン方向に交互に現れるストリークが生じることはよく知られているが、 $y^+$  が数十までの壁近傍の緩衝層では隣り合う高/低速ストリーク間の平均間隔  $\Delta l^+ = \Delta l u_\tau / \nu$  は通常の場合、100 程度である。case2 の場合、壁近傍ではスパン方向を制約したためかろうじてストリーク構造の存在を示す有意な負の相関が現われているが壁から離れると正值の相関を示し、スパン方向に一樣な分布を持つ構造である。

壁面近傍の乱れは縦渦が支配的で、渦芯の径は Kolmogorov スケールの 10 倍程度であるから最小渦の寸法に近く、そのような渦は速度勾配テンソルの第 2 普遍量  $Q'$  の正值によって適切に捉えられる [2]。case2 の場合のスパン方向から流路全幅を眺めた  $Q'^+$  の等値面を図 9(a) に示す。通常の場合と同様、壁近傍には強い  $Q'$  値で特定されるチューブ状の微細渦構造が形成されている。一方、壁から離れた場所の渦構造は平均せん断応力が低下するので壁近傍のような強い  $Q'$  値の構造は存在しない。これらの可視化には適当なスケールで正規化する必要があるが微細渦のスケールリング結果から [2]、Kolmogorov スケールで  $Q'$  値をスケールリングすると  $Q' \nu / \epsilon = Q'^+ / \epsilon^+$  となり、壁遠方での渦構造を可視化することができる [7]。既報 [7] では壁遠方場での強い微細渦の著しい特徴として低速ストリークの境界及び内部に集中している様子を示したが、図 7(b) と図 9(b) を重ね合わせた結果、case2 の場合にもそのことが確認できる。

これを定量的に示すため、 $u'$  によって低速ストリークの領域と高速ストリークの領域に分け、 $u' > 0$  の領域を高速領域、 $u' < 0$  の領域を低速領域とし、それぞれの領域ごとに  $Q'$  の rms 値をとる。図 10 に  $\epsilon^+$  で正規化した  $Q'_{rms}^+$  の流路幅方向分布を示す。case2 の場合、スパン方向幅が狭いため  $y/H < 0.4$  の壁近傍では間欠的な構造を取りにくいことから差が生じないものと考えられるが、遠方ではどの場合も同じで、低速ストリークの内部に渦が集中し、要素構造の示す特性に定性的な違いはない。

### 3.3 大規模構造の特性

ストリークや微細渦構造と比べて、大規模構造は強い構造ではなく、一般に可視化することは難しい。そこで大規模構造の抽出のために、POD(Proper Orthogonal Decomposition) により流れ場の速度成分に対し、直交分解を行う。2 方向に周期条件を仮定すると周期方向の各モード  $(m, n)$  に対し次式で定義される積分方程式が得られる [14]。

$$\int_{-H}^H \kappa_{ij}(y, y', m, n) \psi_j(y', m, n) dy' = \lambda(m, n) \psi_i(y) \quad (1)$$

ここで

$$\kappa_{ij}(y, y', m, n) = \langle \tilde{u}_i(y, m, n, t) \tilde{u}_j^*(y', m, n, t) \rangle$$

( $\sim$  はフーリエ級数、 $*$  は共役関係を示す。)

はフーリエ変換された変動速度の 2 点速度相関テンソルである。この積分方程式は離散化後、固有値問題に置き換えられ、各モード  $k$  に対する固有関数  $\psi_i^k(m, n, y)$  が求められる。

瞬時の流れ場は次式のように再構成される。

$$u_i(x, t) = \sum a^k(m, n, t) \psi_i^k(m, n, y) e^{2\pi i(m x / L_x + n Z / L_z)} \quad (2)$$

ここでランダム変数であると仮定した  $a^k$  は各固有関数の直交関係を利用して

$$a^k(m, n, t) = \int_{-H}^H \tilde{u}_i(y, m, n, t) \psi_i^{k*}(m, n, y) dy \quad (3)$$

で決定される。このように直交分解された流れ場の各モード  $k$  に対する固有値  $\lambda^k(m, n)$  の大きさはそれぞれのモードが持つ変動エネルギー量となる [14]。

本研究では通常の溝乱流の場合、上位 10 モードで、case2 については上位 3 モードで流れ場を再構成した。このとき、もとの流れ場の全乱れエネルギーに対する再構成された流れ場のそれはそ

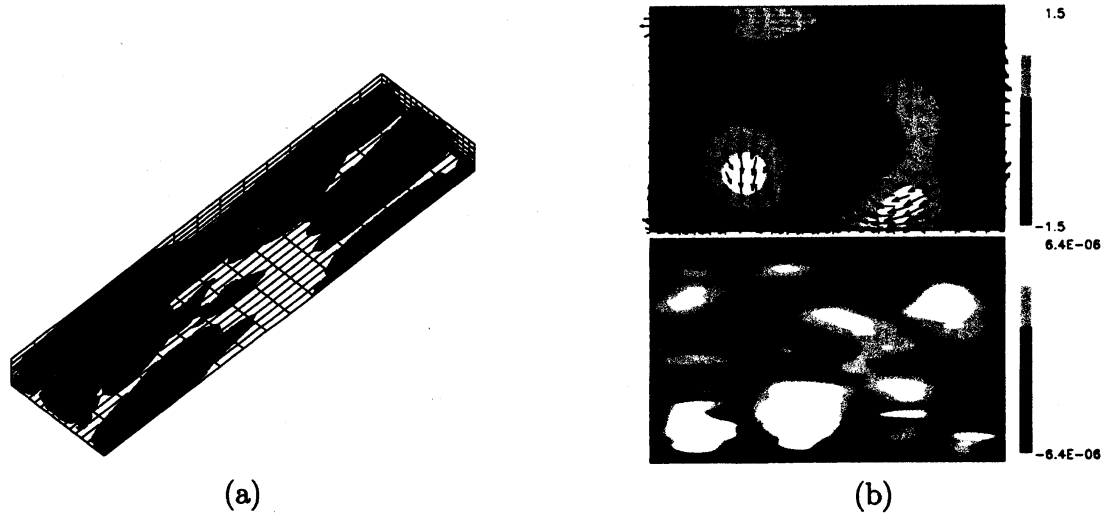


Figure 11: Flow field reconstructed using top ten modes for the case of normal channel. (a) iso-contour surfaces of streamwise velocity fluctuation ( $u'^+ < -0.4$ : dark color) and second invariance of velocity gradient tensor ( $Q'^+ > 3.2 \times 10^{-6}$ : light gray color), (b) distribution of streamwise velocity fluctuation and velocity vector plot on  $y-z$  plane (upper part) and distribution of  $Q'^+$  (lower part).

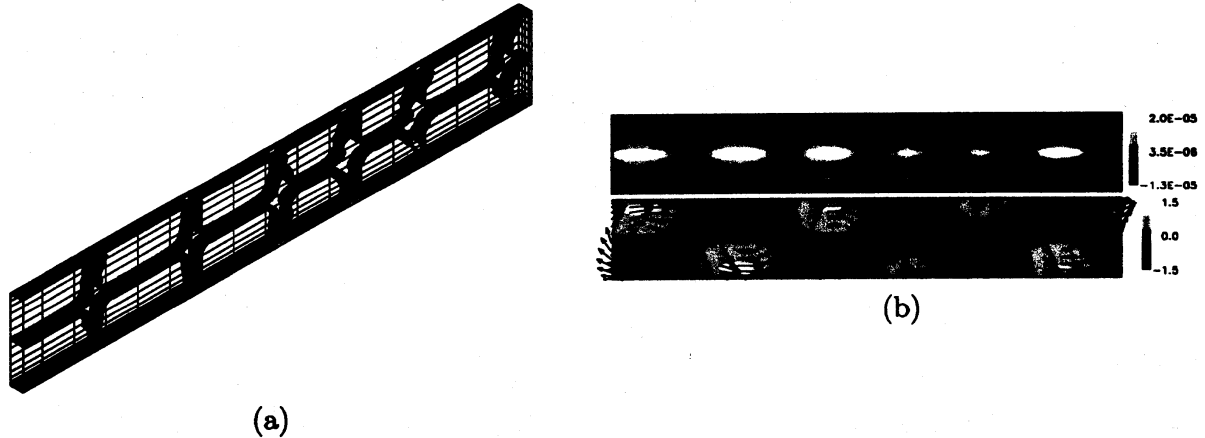


Figure 12: Flow field reconstructed using top three modes for case2. (a) iso-contour surfaces of streamwise velocity fluctuation (dark :  $u'^+ = 0.1$  ; light gray :  $u'^+ = -0.1$  ), (b) distribution of second invariance of velocity gradient tensor ( $Q'^+$ ) on  $x-y$  plane (upper part) and distribution of streamwise velocity fluctuation and velocity vector plot (lower part).

それぞれ 16% (通常)、15%(case2) となる。図 11 に通常の場合の 10 モードで再構成された流れ場を可視化した結果を示す。図 11(b)(上図) は主流方向に直交する断面内での主流方向変動速度の分布と速度ベクトルで、大規模回転流れによる吹き上げ/吹き降ろしの結果、主流方向変動速度場が形成されていることがわかる。図 11(b)(下図) はこの速度場で定義された速度勾配テンソルの第二普遍量  $Q'$  値の分布図である。大規模回転流れの中心付近では  $Q'$  値が正の領域が広がり、強い回転流れが生じている。この回転流れの特徴を示すために、図 11(a) に瞬時の主流方向変動速度 (低速) の等値面と  $Q'$  値の等値面を示す。図は溝半分の全計算領域である。大規模な低速ストリーク構造が観察されていること、またその規模はスパン方向には幅スケールを持ち、流れ方向には計算領域に全体にわたるスケールを有している。高い  $Q'$  値の領域は大規模ストリークの両側に位置し、主流方向に引き伸ばされ、かつストリークと比べ間欠的な構造である。この様子は壁近傍で観察される縦渦とストリークの関係に近く、秩序だった構造形成が行われていることを示唆している。最近、岩本らは [8] 比較的高いレイノルズ数 ( $Re_\tau = 300$ ) の溝乱流場の DNS データから、POD 法で抽出した第 1,2 モードの固有関数の可視化を行い、溝幅スケールの大規模な構造の存在を示唆する結果を得たが、瞬時場から再構成した場合もこれら主要なモードに依存した構造分布

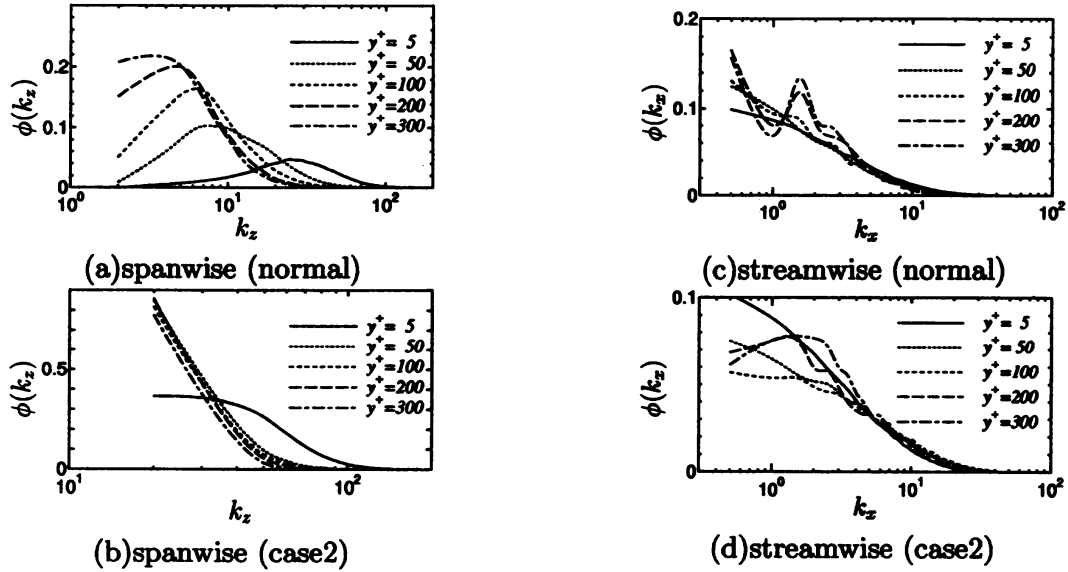


Figure 13: Distribution of Fourier mode to turbulent shear stress

をとる。

case2 の場合の上位 3 モードで再構成した流れ場の様子は図 12 になる。図 11 とは異なり、スパン方向に軸を持つ大規模構造となるが、大規模回転流れと  $Q'$  値の分布や主流方向変動速度の関係は図 11 の場合と同じである。ここには示さないが case1 の場合も case2 と同じくスパン方向に軸を持つ大規模構造が形成される。

### 3.4 乱流せん断応力と大規模構造の関係

図 13 は乱流せん断応力  $-\overline{u'v'}$  のスパン方向の一次元スペクトルの各スケールに対する寄与を調べたものである。変動速度  $u', v'$  を  $u' = \sum \tilde{u}_k \exp(ik)$  ( $i$  は虚数記号) のように表し、 $\phi(k) = \tilde{u}_k \tilde{v}_k^* / \overline{u'v'}$  で求めた。ただし、 $\tilde{v}^*$  は  $\tilde{v}$  の共役複素数である。

スパン方向のスペクトル (図 13(a)~(b)) を見ると、通常の場合 (図 13(a))、壁から遠ざかるにつれて、スペクトルの極値の寸法で代表される渦寸法が大きくなり、主流方向に軸を持つ大規模回転流れが存在することを支持している。また、壁近傍では高波数成分が支配的で、大スケールの寄与は小さい。case2 (図 13(b)) では低波数側にピークが現れ、壁からの距離に依らずスパン方向に一樣な分布である。

主流方向スペクトル (図 13(c)~(d)) を見ると、 $k_x > 6$  の波数成分の寄与は壁からの距離に依らず一定の特性を示す。高波数側の全体への寄与を求めると 30% 程度で、従来から指摘されているように乱流せん断応力への高波数成分の寄与は大きくない。case2 の場合 (図 13(c))、POD の瞬時構造で見られた  $k_x = 1.5$  にピーク値をがあり、通常の場合 (図 13(b)) もこの位置にもピーク値を持つが、さらに低波数のモードがより支配的である。以上からスペクトルのピーク値で示す特性は先述の POD で可視化した大規模構造とも整合している。

## 結言

スパン方向に計算領域を狭めた比較的レイノルズ数の高い溝乱流の DNS を行い以下の結論を得た。

- [1] 平均速度、乱流強度 エネルギー収支の分布から、大規模構造が著しく変調を受ける場合も、大規模構造が壁近傍場の乱れ特性に及ぼす影響は小さく、壁近傍に普遍的な領域が存在する。
- [2] 通常の溝乱流の場合、壁遠方場では、壁条件を変更しても乱流強度の分布は壁面摩擦速度と溝半幅スケールで整理されるが、大規模構造が著しく変調を受けると、スケーリングが破綻



する。大規模構造の性質が異なる流れ場同士では直感的な説明は通用せず、乱れ強さが強くとも、渦粘性係数の低下と平均速度分布の増加が生じる。

- [3] 乱流強度分布やPODで抽出された主構造の可視化結果から、通常の場合の主流方向に回転軸を持つ大規模構造に代わって、スパン方向に軸を持つ回転流れが主要な構造となる。この大規模構造は平均流から乱れに対するエネルギー供給の効率が悪く、壁遠方では平均速度が増加し、優位な抵抗低減効果が生じる。
- [4] 壁遠方場での大規模な低・高速領域は、通常の場合、主流方向に粗大なストリークを、計算領域を狭くした場合、主流方向に間欠的な分布が発生する。微細要素渦は、瞬時の可視化結果や統計量から群化した状態で低速領域に集中して形成される。
- [5] 乱流せん断応力のスペクトルは大規模構造の特性を反映し、大規模回転流れが乱流せん断応力の空間分布を規定する。

## References

- [1] Gyr, A. and Bewersdorff, H.W., *Drag Reduction of Turbulent Flows by Additives*, Kluwer Academic Pubs. (1995).
- [2] 店橋 護, S.K. Das, 小路健太郎, 宮内敏雄, “チャネル乱流のコヒーレント微細構造”, 日本機械学会論文集 B 編 65-638 (1999), pp.8-15.
- [3] Papavassiliou, D. V., Hanratty, T. J., “Interpretation of large-scale structures observed in a turbulent plane Couette flow”, *Intern.J.Heat Fluid Flows*, 18-1 (1997), pp.55-69.
- [4] Lamballais, E., Lesieur, M. and Métais, O., “Effects of spanwise rotation on the vorticity stretching in transitional and turbulent channel flow”, *Intern.J.Heat Fluid Flows*, 17-3 (1996), pp.324-332.
- [5] Zhou, J., Adrian, R.J., Balachandar, S. and Kendall, T.M., “Mechanism for generating coherent packets of hairpin vortices in channel flow”, *J.Fluid Mech.*, 387 (1999), pp.353-396.
- [6] 三宅 裕, 辻本公一, 縣康明, “粗さ要素モデルによる粗面溝乱流のDNS”, 日本機械学会論文集 B 編, 65-633 (1999), pp.1613-1620.
- [7] 辻本公一, 佐藤範和, 三宅裕, “溝乱流の遠方場の大規模構造について”, 日本機械学会論文集 B 編, 66-651 (2000), pp.2772-2779.
- [8] 岩本薫, 鈴木雄二, 笠木伸英, “壁乱流のフィードバック制御に対するレイノルズ数効果” 第14回数値流体力学シンポジウム講演論文集 CD-ROM 版 (2000)
- [9] 三宅裕, 辻本公一, “周期的圧力勾配を有する溝乱流の直接シミュレーション”, 日本機械学会論文集 B 編, 61-587 (1995), pp.2401-2407.
- [10] Jiménez, J. and Pinelli, A., “The autonomous cycle of near-wall turbulence”, *J.Fluid Mech.*, 389 (1999), pp.335-359.
- [11] Tennekes, H. and Lumely, J. L., *A First Course in Turbulence*, MIT Press, Cambridge, MA. (1972).
- [12] Moser, R. D., Kim, J. and Mansour, N. N., “Direct numerical simulation turbulent channel flow up to  $Re_\tau = 590$ ”, *Phys. Fluids*, 11 (1999), pp. 943-945.
- [13] 三宅 裕, 辻本公一, 佐藤範和, 鈴木雄二, “壁近傍乱流における壁近傍層の乱流特性”, 日本機械学会論文集 B 編, 66-650 (2000), pp.2585-2592.
- [14] Moin, P. and Moser, R. D., “Characteristic-eddy decomposition of turbulence in a channel”, *J.Fluid Mech.*, 200 (1989), pp.471-509.